

TEORI PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENURUT DIENES

Abstrak

Belajar merupakan suatu cara seseorang untuk memperoleh ilmu. Tak terkecuali untuk memperoleh pengetahuan tentang konsep matematika. Untuk memahami suatu konsep matematika yang bersifat abstrak tidaklah mudah sehingga perlu diajarkan dari hal-hal yang konkrit menuju ke konsep yang abstrak tersebut. Suatu konsep lebih mendalam dipahami bila didasarkan pada pengalaman belajar siswa itu sendiri. Dienes yang merupakan salah satu ahli psikologi pendidikan menawarkan sejumlah perangkat belajar matematika berupa Multibase Arithmetics (MAB), Arithmetics Experience Materials (AEM), Dienes Balance, dan Logical Block. Dalam proses pembelajaran harus memperhatikan prinsip dinamik, konstruktivis, variability mathematics, dan variability perseptual. Untuk mencapai penanaman suatu konsep matematika maka diperlukan tahapan-tahapan belajar dari hal-hal yang sederhana kepada hal-hal yang kompleks. Tahapan tersebut meliputi: (1) permainan bebas, (2) permainan dengan aturan, (3) permainan kesamaan sifat, (4) representasi, (5) simbolisasi, (6) formalisasi.

Kata kunci: *Teori Belajar, Matematika, Dienes*

A. Hakikat Belajar

Menurut Woolfolk belajar adalah *process through which experience change in knowledge or behaviors*. Dengan penekanan yang sama Nocilich dan Woolfolk berpendapat bahwa *Learning is an internal change in a person, the formation of new associations, or potensial for new respons. Learning is relatively permanent change in a person's capabilities*. Lebih lanjut Nocilich dan Woolfolk mengatakan bahwa *Learning always involves a change in the person who is learning. The change may be for the better or for worse, deliberate or unintentional*. (Nocilich dan Woolfolk, 1984: 161)

Secara umum belajar dapat dipahami sebagai tahapan perubahan seluruh tingkah laku individu yang relatif menetap sebagai hasil pengalaman dan interaksi dengan lingkungan yang melibatkan proses kognitif (Syah, 2003:68).

Belajar ialah suatu proses usaha yang dilakukan seseorang untuk memperoleh suatu perubahan tingkah laku yang baru secara keseluruhan, sebagai hasil pengalamannya sendiri dalam interaksi dengan lingkungannya (Slameto, 1995:2).

Menurut Nasution belajar diartikan sebagai suatu perubahan dalam kelakuan seseorang akibat pengaruh usaha pendidikan (Nasution, 2001:91). Belajar dikatakan berhasil manakala seseorang mampu mengulangi kembali materi yang dipelajarinya dan kemudian jika yang telah dipelajari itu mampu disampaikan dan diekspresikan dengan bahasa sendiri.

Gagasan yang menyatakan bahwa belajar menyangkut perubahan dalam suatu organisme, berarti belajar juga membutuhkan waktu dan tempat. Belajar disimpulkan terjadi, bila tampak tanda-tanda perilaku manusia berubah sebagai

akibatnya terjadi proses pembelajaran. Perhatian utama dalam belajar adalah perilaku verbal manusia, yaitu kemampuan menangkap informasi mengenai ilmu pengetahuan yang diterimanya dalam belajar.

Belajar merupakan usaha yang dilakukan seseorang melalui interaksi dengan lingkungannya untuk merubah perilakunya. Dengan demikian, hasil dari kegiatan belajar adalah berupa perubahan perilaku yang relatif permanen pada diri orang yang belajar. Tentu saja, perubahan yang diharapkan adalah perubahan ke arah yang positif. Jadi, sebagai pertanda bahwa seseorang telah melakukan proses belajar adalah terjadinya perubahan perilaku pada diri orang tersebut. Perubahan perilaku tersebut, misalnya, dapat berupa: dari tidak tahu sama sekali menjadi samar-samar, dari kurang mengerti menjadi mengerti, dari tidak bisa menjadi terampil, dari anak pembangkang menjadi penurut, dari pembohong menjadi jujur, dari kurang taqwa menjadi lebih taqwa, dan lain-lain. Jadi, perubahan sebagai hasil kegiatan belajar dapat berupa aspek kognitif, psikomotor maupun afektif.

Kegiatan belajar, sering dikaitkan dengan kegiatan mengajar. Begitu eratnyakaitan itu, sehingga keduanya sulit dipisahkan. Dalam percakapan sehari-hari kita secara spontan sering mengucapkan istilah kegiatan “belajar-mengajar” menjadi satu kesatuan. Bahwa kedua kegiatan tersebut berkaitan erat adalah benar. Namun, dalam setiap kegiatan belajar tidak harus selalu ada orang yang mengajar. Kegiatan belajar bisa saja terjadi walaupun tidak ada kegiatan mengajar. Begitu pula sebaliknya, kegiatan mengajar tidak selalu dapat menghasilkan kegiatan belajar. Ketika Anda menjelaskan pelajaran di depan kelas misalnya, memang terjadi kegiatan mengajar. Tetapi, dalam kegiatan itu tak ada jaminan telah terjadi kegiatan belajar pada setiap siswa yang diajar. Kegiatan mengajar dikatakan berhasil hanya apabila dapat mengakibatkan/menghasilkan kegiatan belajar pada diri siswa. Dengan kata lain, mengajar merupakan upaya menciptakan kondisi agar terjadi kegiatan belajar.

Sekarang kita lebih mengenal istilah pembelajaran. Istilah pembelajaran lebih menggambarkan usaha guru untuk membuat belajar para siswanya. Kegiatan pembelajaran tidak akan berarti jika tidak menghasilkan kegiatan belajar pada para siswanya. Kegiatan belajar hanya bisa berhasil jika si belajar secara aktif mengalami sendiri proses belajar.

Seorang guru tidak dapat mewakili belajar untuk siswanya. Seorang siswa belum dapat dikatakan telah belajar hanya karena ia sedang berada dalam satu ruangan dengan guru yang sedang mengajar. Ada satu syarat mutlak yang harus dipenuhi agar terjadi kegiatan belajar. Syarat itu adalah adanya interaksi antara pembelajar (*learner*) dengan sumber belajar. Jadi, belajar hanya terjadi jika dan hanya jika terjadi interaksi antara pembelajar dengan sumber belajar. Tanpa terpenuhi syarat itu, mustahil kegiatan belajar akan terjadi.

Pekerjaan mengajar tidak selalu harus diartikan sebagai kegiatan menyajikan materi pelajaran. Meskipun menyajikan materi pelajaran memang merupakan bagian dari kegiatan mengajar, tetapi bukanlah satu-satunya. Masih banyak cara lain yang dapat dilakukan guru untuk membuat siswa belajar. Peran yang seharusnya dilakukan guru adalah mengusahakan

agar setiap siswa dapat berinteraksi secara aktif dengan berbagai sumber belajar yang ada.

B. Hakikat Matematika

Istilah matematika berasal dari bahasa Inggris, *mathematics*, yang artinya ilmu pasti, matematika. *Mathematics*, merupakan kata sifat, artinya yang berhubungan dengan ilmu pasti, matematis, *mathematically* adalah kata kerja, artinya menurut ilmu pasti, secara matematis, dan *mathematician* adalah kata benda, yaitu orang ahli matematika (Echols dan Shadily, 2005:375).

Istilah matematika sudah menjadi bagian dari bahasa Indonesia baku. Di dalam *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, matematika artinya “ilmu tentang bilangan-bilangan, hubungan antara bilangan dan prosedur operasional yang digunakan dalam penyelesaian masalah mengenai bilangan (Diknas, 1990:566).

The Liang Gie mengutip pendapat seorang ahli matematika bernama Charles Edward Jeanneret yang mengatakan *mathematics is the majestic structure by man to grant him comprehension of the universe* (Gie: 1999:23).

Burhanuddin Salam mengemukakan pendapat beberapa ahli mengenai matematika, di antaranya:

Menurut Wittgenstein, matematika tidak lain adalah metode berpikir logis.

Menurut Whitehead, matematika merupakan pengetahuan yang disusun secara konsisten dengan mempergunakan logika deduktif. Dalil-dalil matematika pada dasarnya adalah pertanyaan logika. Pembuktian dalil-dalil matematika tidak didasarkan atas metode ilmiah yang merupakan kombinasi antara logika deduktif dan induktif, melainkan didasarkan atas logika deduktif.

Menurut Immanuel Kant, matematika merupakan pengetahuan yang bersifat sintetik apriori yang eksistensinya tergantung kepada dunia pengalaman kita (Salam, 1997:151-152).

Dari beberapa pendapat di atas dapat dipahami bahwa matematika adalah pengetahuan yang mendasarkan perhitungan pada logika, kepastian dan pengalaman. Kebenarannya tidak diperoleh melalui eksperimen atau percobaan sebagaimana ditemui pada ilmu-ilmu lain seperti Fisika atau Biologi, tetapi ditentukan oleh perhitungan yang logis dari bilangan-bilangan dan hubungan antara bilangan-bilangan tersebut.

C. Teori Belajar Dienes

Zoltan P. Dienes adalah seorang matematikawan yang memusatkan perhatiannya pada cara-cara pengajaran terhadap anak-anak. Dasar teorinya bertumpu pada teori Piaget dan Bruner, dan pengembangannya diorientasikan pada anak-anak, sedemikian rupa sehingga sistem yang dikembangkannya itu menarik bagi anak yang mempelajari matematika. Seperti halnya Piaget dan Bruner, Dienes dianggap sebagai salah satu tokoh konstruktivisme dan teori belajar yang diajarkannya dimasukkan ke dalam rumpun teori belajar kognitif.

Kebanyakan orang menganggap bahwa matematika adalah bidang hitung-menghitung. Namun, ahli matematika memandang perhitungan hanyalah alat dalam matematika yang sesungguhnya, yang melibatkan pemecahan soal matematika dan pemahaman struktur dan pola dalam matematika (Santrok, 2007:440). Dienes berpendapat bahwa pada dasarnya matematika dapat dianggap sebagai studi tentang struktur, memisah-misahkan hubungan-hubungan diantara struktur-struktur dan mengkategorikan hubungan-hubungan di antara struktur-struktur. Dienes mengemukakan bahwa tiap-tiap konsep atau prinsip dalam matematika yang disajikan dalam bentuk yang konkret akan dapat dipahami dengan baik. Ini mengandung arti bahwa benda-benda atau objek-objek dalam bentuk permainan akan sangat berperan bila dimanipulasi dengan baik dalam pengajaran matematika.

Makin banyak bentuk-bentuk yang berlainan yang diberikan dalam konsep-konsep tertentu, akan makin jelas konsep yang dipahami anak, karena anak-anak akan memperoleh hal-hal yang bersifat logis dan matematis dalam konsep yang dipelajarinya itu. Dengan menyajikan pengalaman-pengalaman yang beraneka ragam untuk suatu konsep kepada siswa maka pemahaman terhadap konsep yang dipelajari dapat dikuasai dengan baik.

Menurut Dienes, belajar matematika itu melibatkan suatu struktur hirarki dari konsep-konsep tingkat yang lebih tinggi yang dibentuk atas dasar apa yang telah dibentuk sebelumnya. Jadi bila suatu materi yang menjadi prasyarat dari materi yang lebih lanjut belum dipelajari atau pun belum dipahami dengan baik, maka tidak mungkin dapat dipahami dengan baik atau dengan kata lain, materi prasyarat harus diajarkan mendahului materi yang lebih tinggi. *Mathematics is, after all, a very hierarchical subject in which new knowledge generally must be linked on to existing knowledge, if prerequisites have not been mastered the new knowledge just can not be learned* (Orton, 1992:154).

Model hirarki tersebut juga digunakan oleh Gagne dan Ausubel. Menurut Gagne, tingkatan urutan itu adalah dari konsep-konsep dan prinsip-prinsip menuju pemecahan masalah. Pemecahan masalah inilah yang dianggap oleh Gagne sebagai tahap belajar yang tertinggi. Konsep hirarki Gagne dimulai dari prasyarat sederhana menuju ke tahap yang kompleks. Sedangkan Ausubel memulai dengan konsep-konsep yang paling inklusif, kemudian memecahkan proses belajar ke dalam konsep-konsep belajar yang kurang inklusif. Konsep hirarki Ausubel berkebalikan dari konsep Gagne, yaitu tahap belajarnya dimulai dari kerangka global menuju konsep-konsep bagian yang lebih khusus.

Untuk memperoleh pemahaman terhadap suatu konsep dengan baik maka siswa harus belajar secara aktif, tidak sekedar pasif saja menerima apa yang diberikan guru. Jika siswa aktif melibatkan dirinya dalam menemukan suatu prinsip dasar maka siswa itu akan mengerti konsep tersebut lebih baik, diingat lebih lama, dan mampu menerapkan konsep tersebut pada konteks lain yang berkaitan. Selain itu, diharapkan siswa akan merasa senang dan berminat untuk belajar matematika yang akan membawa mereka untuk mencari hubungan-hubungan antar konsep-konsep yang telah mereka pelajari tersebut.

Proses aktif yang dimaksud tidak hanya bersifat secara mental tetapi juga keaktifan secara fisik. Artinya, melalui aktivitas secara fisik pengetahuan siswa

secara aktif dibangun berdasarkan pengalaman belajar atau bahan yang dipelajari dengan pengetahuan yang telah dimiliki siswa itu sendiri dan ini berlangsung secara mental. Dengan kata lain, pembelajaran matematika adalah proses membangun pengetahuan matematika. Sebagai implikasinya maka proses pembelajaran matematika merupakan pembentukan lingkungan belajar yang dapat membantu siswa untuk membangun konsep-konsep/prinsip-prinsip matematika berdasarkan kemampuannya sendiri melalui proses internalisasi.

According to the recent thinking in cognition, a student is considered to be a constructor of knowledge and the teacher is perceived as a facilitator, children construct knowledge based on their cognitive schema and are assisted by relevant educational opportunities. Teachers were made aware of their role as facilitators and were advised to create appropriate learning situations taking into account students' cognitive preparation and experiences. Distinguishing features of the tribal culture were discussed and hints to bring out social relevance of school mathematics was demonstrated through concrete examples (Agarkar dan Pradan, 2002:200).

Pemanfaatan bentuk-bentuk konkret dalam pembelajaran akan sangat membantu siswa dalam memahami konsep-konsep matematika yang bersifat abstrak. Ketepatan penggunaan dan jenis benda konkret yang digunakan akan semakin memudahkan proses pembelajaran berjalan dengan efektif. Sehingga hasil belajar dapat mencapai titik yang optimal dalam waktu yang tepat pula. Oleh karena itu, diperlukan suatu benda-benda konkret yang sudah baku dan teruji efektif agar proses pembelajaran menjadi lebih terarah sesuai dengan perencanaan yang diharapkan.

Dari penjelasan di atas maka dapat dinyatakan bahwa suatu pembelajaran harus dilakukan secara konstruktif, yaitu dengan cara membangun pemahaman anak terhadap suatu konsep yang diajarkan berdasarkan dari sejumlah kegiatan yang dilakukannya. Dengan demikian anak membangun pemahamannya sendiri terhadap suatu konsep dimana guru hanya mengarahkan agar pembelajaran dapat berlangsung secara efektif. Suatu pemahaman yang diperoleh melalui proses konstruktif akan melekat dan lebih mendalam sehingga kemungkinan anak akan menemui hambatan pada penanaman konsep tingkat lanjut akan lebih kecil.

D. Perangkat Belajar Dienes

Dienes percaya bahwa anak-anak secara alami secara mendasar memiliki sifat konstruktivis daripada analitis. Mereka membangun sebuah pemahaman dari pengalaman dengan menggunakan benda-benda nyata. Namun proses ini sangat bergantung pada seberapa aktif anak dalam mengeksplorasi hal-hal yang dilakukannya dalam pembelajaran.

Pada masa kini bahan-bahan belajar yang dirancang untuk pembelajaran matematika telah dibuat dan diujicobakan. Bahan-bahan tersebut memiliki beberapa sifat yang menjadikannya dapat digunakan secara utuh dalam suatu struktur yang diorientasikan pada pembelajaran. Sifat-sifat yang dimiliki oleh bahan-bahan tersebut yaitu:

1. Bebas dari gangguan, yaitu bahan-bahan tersebut tidak digunakan untuk tujuan yang lain dalam kehidupan sehari-hari, tetapi khusus digunakan untuk

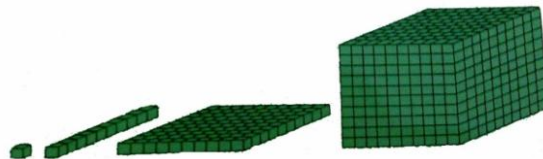
mempermudah belajar matematika. Selain itu, bahan-bahan yang digunakan tidak boleh membahayakan dan mudah rusak, seperti kaca.

2. Bahan-bahan mewujudkan struktur matematis tanpa harus terikat sistem notasi simbolik. (Resnick dan Ford, 1981:116-117)

Jadi, bahan-bahan atau peralatan yang digunakan untuk membantu proses pembelajaran matematika haruslah memiliki sifat-sifat di atas. Bahan-bahan atau peralatan belajar tersebut merupakan suatu perwujudan dari karakteristik matematika secara kualitatif. Dengan menggunakan salah satu dari perangkat tersebut dapat mengakrabkan siswa dengan konsep-konsep matematika yang abstrak dan saling berhubungan seperti komutatif, hukum pembagian, prinsip-prinsip logika, sifat-sifat simetri, operasi penjumlahan, dan lain-lain tanpa harus menuliskan simbol apapun. Walaupun pada kenyataannya simbol tersebut melekat pada konsep matematika yang diajarkan, namun hal tersebut akan dicapai setelah serangkaian pengalaman belajar dengan peralatan belajar yang digunakan pada suatu konsep matematika.

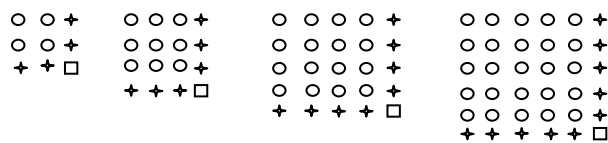
Dalam proses pembelajaran matematika, Dienes (Orton, 1992: 149-150) merekomendasikan beberapa perangkat belajar yang dapat digunakan dalam proses pembelajaran konsep-konsep matematika, yaitu:

1. *Multibase Arithmetics Block (MAB)*



Gambar 1. Contoh MAB

2. *Algebraic Experience Material (AEM)*



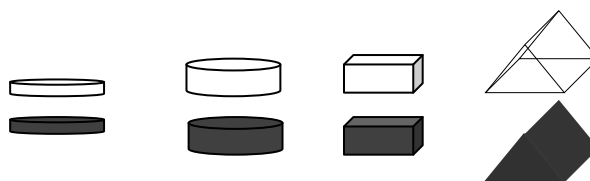
Gambar 2. Contoh AEM

3. *The Equalizer (Dienes' Balance)*



Gambar 2. Contoh Dienes' Balance

4. *Logical Block*



Gambar 3. Contoh Logical Block

Alat –alat tersebut di atas dapat dibuat dari bahan plastik, kayu, logam, bahan yang elastis atau bahan-bahan lainnya. Bentuk-bentuknya pun bisa disesuaikan dengan berbagai bentuk yang biasa dilihat sehari-hari oleh anak sehingga diharapkan benda-benda yang terbentuk tersebut tidak asing bagi anak. Namun hal tersebut tetaplah harus memperhatikan aspek kesesuaian bentuk media dengan konsep matematika yang akan diajarkan.

Dalam penggunaan alat-alat di atas, Dienes mengarahkan kepada pembentukan suatu struktur dengan cara menyusunnya ke dalam bentuk-bentuk tertentu sesuai konsep yang diajarkan. Kemudian dari bentuk-bentuk yang telah dibuat dicari kesamaan-kesamaan ataupun pola-pola yang sama di antara bentuk-bentuk tadi. Dari sanalah maka akan diperoleh suatu konsep matematika yang diajarkan kepada anak didik. Hal ini sesuai dengan pendapat Hsu, Chapelle, dan Thompson yang dikutip oleh Mark dan Cindy bahwa *An exploratory environment offers elements for students to work with and a setting in which the manipulation of these elements allows students to explore a cohesive body of information or a rule system* (Mark dan Cindy, 1984:98).

Supaya berpikir matematik bisa efektif maka abstraksi dan generalisasi harus menjadi perhatian utama. Abstraksi dan generalisasi merupakan bagian berpikir matematik yang bermanfaat karena dari keduanya matematika dapat diaplikasikan ke situasi nyata, baik yang belum diketahui maupun yang sudah terduga.

Misalnya seperti dalam mencari kesamaan sifat dari bentuk-bentuk yang dibuat, anak-anak mulai diarahkan dalam kegiatan menemukan sifat-sifat kesamaan dalam pembelajaran yang sedang diikuti. Untuk itu, guru perlu mengarahkan mereka dengan mentranslasikan kesamaan struktur dari bentuk permainan yang satu ke bentuk permainan lainnya. Translasi ini tentu tidak boleh mengubah sifat-sifat abstrak yang ada dalam permainan semula.

E. Prinsip Belajar Matematika Menurut Dienes

Agar suatu pembelajaran matematika dapat tercapai dengan optimal maka diperlukan suatu acuan teori tentang bagaimana seharusnya suatu konsep matematika tersebut harus diajarkan. Menurut Dienes (Orton, 1992:150-151) pembelajaran matematika itu harus memperhatikan 4 prinsip, yaitu:

1. Prinsip dinamik

Proses pemahaman konsep berjalan dari pengalaman ke penetapan klasifikasi (Hudojo, 2001:85). Jadi, anak-anak mempelajari sesuatu melalui proses penjelasan dan eksperimen untuk membentuk atau menemukan satu konsep matematika.

2. Prinsip konstruktivis

Konstruksi harus mengambil bagian sebelum analisis dapat berfungsi secara efektif. Mengkonstruksi setiap ide matematika atas konsep yang menghendaki sifat-sifat tertentu adalah konstruktif (Hudojo, 2001:85). Proses pembelajaran matematika haruslah melalui proses pengkonstruksian, yaitu dari sifat-sifat atau hal-hal yang ditemukan melalui sejumlah kegiatan yang terurut kemudian disusun suatu hubungan untuk memperoleh suatu konsep matematika. Atau

dengan kata lain, seseorang haruslah memahami konsep sebelum memahaminya dengan analisa yang logis.

3. Prinsip variabilitas matematik

Setiap konsep matematika menyertakan variabel-variabel esensial yang perlu dibuat bermacam-macam bila generalisasi dari konsep matematika itu telah tercapai (Hudojo, 2001:86). Jadi suatu konsep matematika itu mengandung berbagai variabel yang bervariasi sehingga pembelajaran terhadap suatu konsep haruslah memperhatikan variabel-variabel tersebut. Hal ini akan jelas terlihat apabila suatu konsep matematika yang diajarkan telah mencapai tahap generalisasi.

4. Prinsip variabilitas perseptual

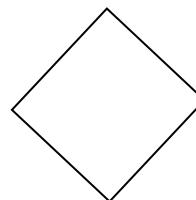
Bahwa untuk mencapai suatu abstraksi yang efektif dari struktur matematika, haruslah diakomodasikan sebanyak mungkin situasi-situasi yang berbeda untuk struktur atau konsep yang sama (Hudojo, 2001:85). Hal ini mengandung arti bahwa apabila dalam pembelajaran suatu konsep matematika, agar konsep tersebut bisa dipahami dengan baik maka haruslah diberikan berbagai contoh atau perspektif-perspektif yang berbeda mengenai konsep tersebut. Dari berbagai perspektif tersebut maka seseorang akan dapat mengambil suatu inti darinya yang merupakan konsep matematika yang diajarkan.

Isu tentang percepatan pembelajaran matematika dijawab oleh Dienes dengan penyediaan beragam pengalaman belajar. Kondisi riil suatu konsep yang dipelajari dapat menjelaskan beberapa keteraturan atau hubungan dalam suatu kumpulan kondisi nyata. Dan ternyata konsep-konsep tersebut juga dipelajari dari contoh-contoh dan kontra contohnya.

Suatu konsep matematika biasanya berisi variabel yang bervariasi dan merupakan ketetapan dari suatu hubungan yang membentuk suatu konsep matematika. Seperti pada pembelajaran tentang persegi, tentang panjang dan orientasi sudut haruslah berbeda-beda. Terkadang guru hanya memberikan berbagai bentuk yang tidak bervariasi. Hal ini menyebabkan pemahaman anak terkadang menganggap suatu persegi bukanlah persegi, melainkan sebuah *diamond* karena adanya perubahan letak dari sudut-sudutnya (seperti pada gambar 4). Pembelajaran haruslah diberikan dalam sebuah pendekatan yang sesuai sehingga tidak membingungkan anak. Hal ini menunjukkan bahwa prinsip variabilitas matematik tidak boleh diabaikan.



Persegi



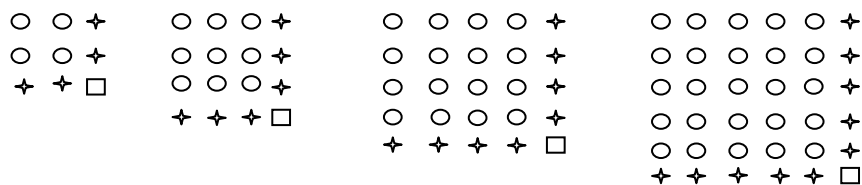
Diamond

Gambar 4. Perspektif kesalahan pemahaman siswa terhadap bangun persegi

Dari hal tersebut maka direkomendasikan untuk mengatur pembelajaran individu atau kelompok kecil dengan menggunakan media seperti kartu belajar

dan lainnya sebagai penerapan prinsip variabilitas perseptual. Hal ini dianggap penting karena pembelajaran tentang suatu konsep haruslah memperhatikan aspek variasi sebagai gambaran keterwakilan perseptual. Oleh karena itulah Dienes mengusulkan berbagai peralatan dalam pembelajaran. Hal ini didasari bahwa kalau hanya dengan penggunaan MAB maka tidak akan mencukupi untuk mengajarkan suatu konsep matematika. Kebutuhan akan variabilitas baik dalam matematika dan materi, sering disebut sebagai prinsip *multiple embodiment*.

Empat prinsip teori pembelajaran matematika Dienes tidak hanya ditujukan untuk diterapkan pada konsep-konsep matematika tingkat dasar, tetapi juga dapat diterapkan pada konsep matematika tingkat lanjut. Seperti penggunaan AEM untuk mengajarkan pemahaman terhadap konsep persamaan kuadrat. Dengan pendekatan konstruktivis maka pemahaman awal terhadap konsep tersebut dapat diajarkan.



Dari gambar di atas dapat diambil suatu persamaan berikut:

$$3^2 = 2^2 + 2 \times 2 + 1$$

$$4^2 = 3^2 + 2 \times 3 + 1$$

$$5^2 = 4^2 + 2 \times 4 + 1$$

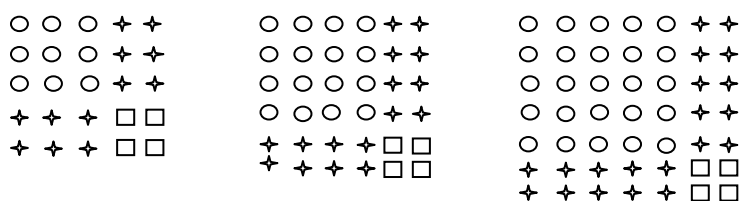
$$6^2 = 5^2 + 2 \times 5 + 1$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa:

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

Rumus yang telah diperoleh tidak dibuktikan. Bilangan-bilangan yang terbentuk bervariasi tetapi mempunyai struktur sama maka prinsip variabilitas matematika telah diterapkan.

Kemudian dengan menerapkan berbagai cara yang beragam yang menunjukkan kondisi penerapan prinsip variabilitas perseptual seperti dengan dua baris bintang dan seterusnya seperti gambar berikut:



Dan seterusnya sehingga diperoleh:

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

Dan seterusnya

Dari percobaan-percobaan dan representasi-representasi di atas maka diperoleh rumus umumnya:

$$(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

Dan juga

$$(ax + 1)^2 = a^2x^2 + 2x + 1$$

Dan seterusnya, sampai seluruh berbagai perluasan kuadrat telah dieksplorasi, dan digeneralisasi yang sesuai bentuk yang dibangun.

Teori pembelajaran Dienes sangat memuaskan dalam berbagai hal. Hal ini dengan dimasukkannya teori pembelajaran Dienes ke dalam bagian teori belajar kognitif yang dibangun oleh Piaget dan Bruner yang mendapat banyak perhatian dari para pendidik. Beberapa isu penting yang diajukan adalah percepatan cara belajar dan cara mengatasi perbedaan individu dalam suatu grup. Pada saat ini belajar memberikan penekanan pada kepercayaan bahwa pengetahuan dibangun oleh masing-masing individu, bukan hanya cukup ditransfer dari guru kepada peserta didik. Prinsip konstruktivistik Dienes dapat dipandang sebagai dasar dalam melihat konstruktivisme.

Namun tidak dapat disangkal bahwa teori belajar ini juga memiliki keterbatasan karena prinsip konstruktivistik yang berkaitan dengan konsep pembelajaran individu dan hubungan antara belajar dari konsep-konsep baru dan struktur pengetahuan yang ada di pikiran tidak dipertimbangkan. Padahal seperti telah disebutkan di atas bahwa matematika bersifat hirarkis sehingga prasyarat haruslah dikuasai terlebih dahulu sebelum konsep lanjutannya diajarkan.

F. Tahap-Tahap Belajar Dienes

Menurut Dienes konsep-konsep matematika akan berhasil jika dipelajari dalam tahap-tahap tertentu. Sebuah pembelajaran terhadap suatu konsep akan mudah dipelajari jika konsep tersebut diajarkan mulai dari hal-hal yang sederhana hingga kepada hal-hal yang kompleks. Tahapan-tahapan yang disusun secara sistematis akan dapat membentuk suatu pemahaman yang utuh pada tingkatan akhir dari proses pembelajaran tersebut.

Menurut Dienes, pembentukan konsep matematika dapat dicapai melalui serangkaian pola yang saling berhubungan dalam sebuah urutan kegiatan pembelajaran dari konkret ke simbolis (abstrak). Sebuah pembelajaran merupakan interaksi yang terencana antara bagian dari struktur pengetahuan dengan sebuah pembelajar aktif, menggunakan media khusus yang dirancang untuk materi matematika.

Dienes yang membangun tahapan-tahapan belajarnya berdasarkan tahapan belajar yang diajukan oleh Bruner yang terdiri dari 3 tahapan, yaitu enaktif, ikonik, dan simbolik. Di mana ketiga tahapan tersebut terurut dari hal-hal yang bersifat konkret kepada hal-hal yang bersifat abstrak.

Dari tahapan belajar Bruner tersebut Dienes membagi tahap-tahap belajar yang pada awalnya hanya terdiri dari 3 tahap menjadi 6 tahapan belajar. Namun tahapan belajar yang dilewati oleh setiap anak-anak tidaklah selalu sama untuk tiap tingkatan usia. Adapun tahapan belajar Dienes secara umum adalah (1) permainan bebas (*free play*), (2) permainan yang menggunakan aturan (*games*), (3) permainan kesamaan sifat (*searching for communalities*), (4) permainan representasi (*representation*), (5) permainan dengan simbolisasi (*symbolization*), (6) permainan dengan formalisasi (*formalization*) (Dienes, 1973:6-9).

1. Permainan Bebas (*Free Play*)

Dalam setiap tahap belajar, tahap yang paling awal dari pengembangan konsep bermula dari permainan bebas. Permainan bebas merupakan tahap belajar konsep yang aktifitasnya tidak berstruktur dan tidak diarahkan. Anak didik diberi kebebasan untuk mengatur benda. Aktivitas ini memungkinkan anak mengadakan percobaan dan mengutak-atik (memanipulasi) berbagai benda konkrit dan abstrak dari unsur-unsur yang sedang dipelajari. Selama permainan pengetahuan anak muncul.

Dalam tahap permainan bebas anak-anak berhadapan dengan unsur-unsur dalam interaksinya dengan lingkungan belajarnya atau alam sekitar. Dalam tahap ini anak tidak hanya belajar membentuk struktur mental, namun juga belajar membentuk struktur sikap dalam mempersiapkan diri dalam pemahaman konsep. (Tim MKPBM, 2001:50)

Misalnya dengan diberi permainan *block logic*, anak didik mulai mempelajari konsep-konsep abstrak tentang warna, tebal tipisnya benda yang merupakan ciri/sifat dari benda yang dimanipulasi.

2. Permainan yang Menggunakan Aturan (*Games*)

Dalam permainan yang disertai aturan siswa sudah mulai meneliti pola-pola keteraturan yang terdapat dalam konsep tertentu. Keteraturan ini mungkin terdapat dalam konsep tertentu tapi tidak terdapat dalam konsep yang lainnya. Anak yang telah memahami aturan-aturan tadi. Jelaslah, dengan melalui permainan siswa diajak untuk mulai mengenal dan memikirkan bagaimana struktur matematika itu. Makin banyak bentuk-bentuk berlainan yang diberikan dalam konsep tertentu, akan semakin jelas konsep yang dipahami siswa, karena akan memperoleh hal-hal yang bersifat logis dan matematis dalam konsep yang dipelajari itu.

Menurut Dienes, untuk membuat konsep abstrak, anak didik memerlukan suatu kegiatan untuk mengumpulkan bermacam-macam pengalaman, dan kegiatan untuk yang relevan dengan pengalaman itu. Contoh dengan permainan *block logic*, anak diberi kegiatan untuk membentuk kelompok bangun yang tipis, atau yang berwarna merah, kemudian membentuk kelompok benda berbentuk segitiga, atau yang tebal, dan sebagainya. Dalam membentuk kelompok bangun yang tipis, atau yang merah, timbul pengalaman terhadap konsep tipis dan merah, serta timbul penolakan terhadap bangun yang tipis (tebal), atau tidak merah (biru, hijau, kuning).

3. Permainan Kesamaan Sifat (*Searching for communalities*)

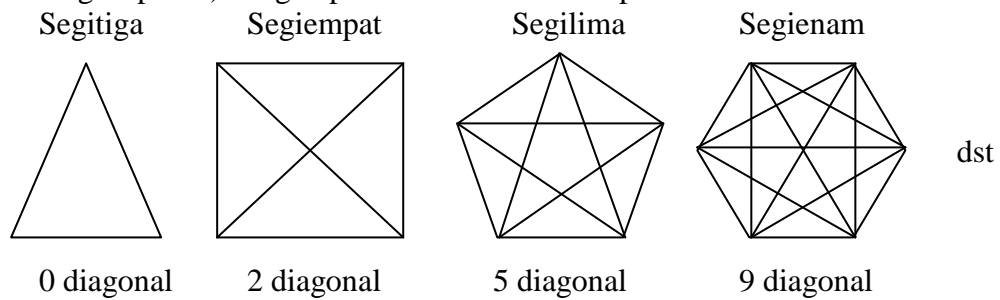
Dalam mencari kesamaan sifat siswa mulai diarahkan dalam kegiatan menemukan sifat-sifat kesamaan dalam permainan yang sedang diikuti. Untuk melatih dalam mencari kesamaan sifat-sifat ini, guru perlu mengarahkan mereka dengan menranslasikan kesamaan struktur dari bentuk permainan lain. Translasi ini tentu tidak boleh mengubah sifat-sifat abstrak yang ada dalam permainan semula.

Contoh kegiatan yang diberikan dengan permainan *block logic*, anak dihadapkan pada kelompok persegi dan persegi panjang yang tebal, anak dimintamengidentifikasi sifat-sifat yang sama dari benda-benda dalam kelompok tersebut (anggota kelompok).

4. Permainan Representasi (*Representation*)

Representasi adalah tahap pengambilan kesamaan sifat dari beberapa situasi yang sejenis. Para siswa menentukan representasi dari konsep-konsep tertentu. Setelah mereka berhasil menyimpulkan kesamaan sifat yang terdapat dalam situasi-situasi yang dihadapinya itu. Representasi yang diperoleh ini bersifat abstrak. Dengan demikian siswa telah mengarah pada pengertian struktur matematika yang sifatnya abstrak yang terdapat dalam konsep yang sedang dipelajari.

Contoh kegiatan anak untuk menemukan banyaknya diagonal poligon (misal segi sepuluh) dengan pendekatan induktif seperti berikut ini.



Gambar 3. Bangun bidang datar dan diagonalnya

5. Permainan dengan Simbolisasi (*Symbolization*)

Simbolisasi termasuk tahap belajar konsep yang membutuhkan kemampuan merumuskan representasi dari setiap konsep-konsep dengan menggunakan simbol matematika atau melalui perumusan verbal (Tim MKPBM, 2001:50). Dari berbagai hal yang dilakukan anak membuat suatu penyimbolan atau menyatakannya dengan suatu ungkapan yang bersesuaian dengan segala sifat-sifat yang sama yang ditemukan dari percobaan-percobaan terhadap benda-benda konkrit tadi. Pada tahap ini anak sudah memperoleh suatu konsep yang bersifat abstrak.

Sebagai contoh, dari kegiatan mencari banyaknya diagonal dengan pendekatan induktif tersebut, kegiatan berikutnya menentukan rumus banyaknya diagonal suatu poligon yang digeneralisasikan dari pola yang didapat anak.

Banyak Segi	3	4	5	6	...	n
Banyak Diagonal	$\frac{1}{2}3(3-3) = 0$	$\frac{1}{2}4(4-3) = 2$	$\frac{1}{2}5(5-3) = 5$	$\frac{1}{2}6(6-3) = 9$...	$\frac{1}{2}n(n-3)$

6. Permainan dengan Formalisasi (*Formalization*)

Formalisasi merupakan tahap belajar konsep yang terakhir. Dalam tahap ini siswa-siswa dituntut untuk mengurutkan sifat-sifat konsep dan kemudian merumuskan sifat-sifat baru konsep tersebut, sebagai contoh siswa yang telah mengenal dasar-dasar dalam struktur matematika seperti aksioma, harus mampu merumuskan teorema dalam arti membuktikan teorema tersebut.

Pada tahap formalisasi anak tidak hanya mampu merumuskan teorema serta membuktikannya secara deduktif, tetapi mereka sudah mempunyai pengetahuan

tentang sistem yang berlaku dari pemahaman konsep-konsep yang terlibat satu sama lainnya. Misalnya bilangan bulat dengan operasi penjumlahan peserta sifat-sifat tertutup, komutatif, asosiatif, adanya elemen identitas, dan mempunyai elemen invers, membentuk sebuah sistem matematika. Dienes (Resnick dan Ford, 1981:120) menyatakan bahwa proses pemahaman (*abstraction*) berlangsung selama belajar. Untuk pengajaran konsep matematika yang lebih sulit perlu dikembangkan materi matematika secara kongkret agar konsep matematika dapat dipahami dengan tepat. Dienes berpendapat bahwa materi harus dinyatakan dalam berbagai penyajian (*multiple embodiment*), sehingga anak-anak dapat bermain dengan bermacam-macam material yang dapat mengembangkan minat anak didik. Berbagai penyajian materi (*multiple embodiment*) dapat mempermudah proses pengklasifikasian abstraksi konsep.

Menurut Dienes, variasi sajian hendaknya tampak berbeda antara satu dan lainnya sesuai dengan prinsip variabilitas perseptual (*perceptual variability*), sehingga anak didik dapat melihat struktur dari berbagai pandangan yang berbeda-beda dan memperkaya imajinasinya terhadap setiap konsep matematika yang disajikan. Berbagai sajian (*multiple embodiment*) juga membuat adanya manipulasi secara penuh tentang variabel-variabel matematika. Variasi matematika dimaksud untuk membuat lebih jelas mengenai sejauh mana sebuah konsep dapat digeneralisasi terhadap konsep yang lain. Dengan demikian, semakin banyak bentuk-bentuk berlainan yang diberikan dalam konsep tertentu, semakin jelas bagi anak dalam memahami konsep tersebut.

Dalam siklus pembelajaran, siswa diarahkan pada peningkatan kemampuan manipulasi terkontrol atau permainan dengan beberapa sajian dari konsep-konsep yang diajarkan. Hal ini dilakukan untuk membantu mereka menemukan cara untuk menyampaikan tentang temuan mereka. Menurut Dienes, langkah berikutnya adalah mendorong siswa untuk belajar lebih jauh kepada hal-hal yang abstrak dari bahan-bahan konkret seperti menggambar grafik atau peta hingga akhirnya pada penyimbolan matematis dari suatu konsep. Penggunaan simbol-simbol digunakan untuk membantu siswa dalam membentuk suatu pola dan hubungan dari suatu kegiatan tentang konsep matematika yang mereka lakukan. Dengan begitu, siswa diharapkan memperoleh suatu kesenangan untuk berpartisipasi dalam proses penemuan dan formalisasi berdasarkan pengalaman matematis mereka.

Berhubungan dengan tahap belajar, suatu anak didik dihadapkan pada permainan yang terkontrol dengan berbagai sajian. Kegiatan ini menggunakan kesempatan untuk membantu anak didik menemukan cara-cara dan juga untuk mendiskusikan temuan-temuannya. Langkah selanjutnya, menurut Dienes, adalah memotivasi anak didik untuk mengabstraksikan pelajaran tanda material kongkret dengan gambar yang sederhana, grafik, peta dan akhirnya memadukan simbol-simbol dengan konsep tersebut. Langkah-langkah ini merupakan suatu cara untuk memberi kesempatan kepada anak didik ikut berpartisipasi dalam proses penemuan dan formalisasi melalui percobaan matematika. Proses pembelajaran ini juga lebih melibatkan anak didik pada kegiatan belajar secara aktif dari pada hanya sekedar menghafal. Pentingnya simbolisasi adalah untuk meningkatkan kegiatan matematika ke satu bidang baru.

Dari sudut pandang tahap belajar, peranan guru adalah untuk mengatur belajar anak didik dalam memahami bentuk aturan-aturan susunan benda walaupun dalam skala kecil. Anak didik pada masa ini bermain dengan simbol dan aturan dengan bentuk-bentuk kongkret dan mereka memanipulasi untuk mengatur serta mengelompokkan aturan-aturan Anak harus mampu mengubah fase manipulasi kongkret, agar pada suatu waktu simbol tetap terkait dengan pengalaman kongkretnya.

G. Implementasi Teori Belajar Dienes

Dalam pembelajaran matematika, teori belajar Dienes diterapkan dalam tahapan-tahapan seperti yang telah disebutkan di atas. Tahapan tersebut dimulai dari hal-hal yang bersifat sederhana menuju pada hal-hal yang kompleks dan abstrak. Tahapan tersebut dapat diterapkan pada pembelajaran konsep berbagai bidang matematika seperti aritmatika, geometri, dan aljabar.

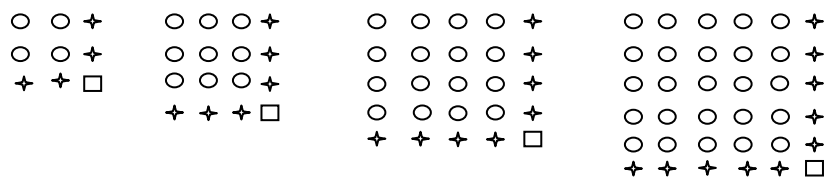
Sebagai gambarnya maka akan diberikan sebuah contoh pembelajaran tentang konsep persamaan kuadrat dengan menerapkan teori belajar Dienes.

1. Tahap I (Permainan Bebas)

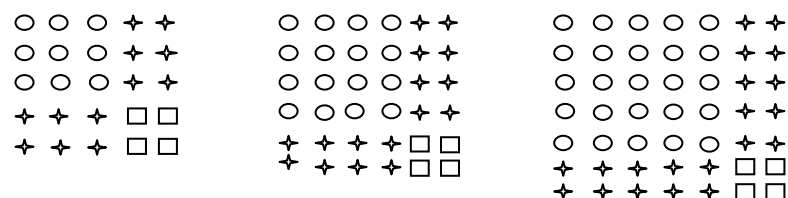
Pada tahap ini, anak diberi sejumlah perangkat belajar *AEM* berupa persegi, bintang, dan lingkaran. Para siswa diberikan waktu bermain dengan benda-benda tersebut tanpa diberi arahan untuk membiasakan diri mereka dalam memanipulasi benda-benda yang telah diberikan. Setelah beberapa waktu, maka pembelajaran dilanjutkan pada tahap II.

2. Tahap II (Permainan dengan Aturan)

Pada tahap ini, anak-anak diminta untuk menyusun benda-benda tersebut sesuai dengan arahan guru. Dimulai dengan menyusun 4 buah lingkaran, 4 buah bintang, dan 1 persegi yang membentuk persegi. Selanjutnya anak-anak diminta untuk membuat persegi lagi dengan terus menambah satu baris di atas dan di kirinya seperti pada gambar berikut.



Selanjutnya siswa diminta membuat persegi dengan bentuk yang sama tetapi dengan menambah jumlah bintang dan persegi menjadi 2 baris seperti pada gambar berikut.



Dan seterusnya dengan menambah bintang dan persegi menjadi 3 baris, 4 baris, dan 5 baris. Setelah hal tersebut dilakukan, maka siswa diarahkan pada tahap III.

3. Tahap III (Kesamaan Sifat)

Pada tahap ini, anak diminta untuk melihat persamaan-persamaan yang diperoleh dari setiap barisan bentuk yang mereka buat. Para siswa diminta untuk mengidentifikasi sifat-sifat yang sama pada tiap barisan bentuk yang mereka buat. Siswa diminta menghitung jumlah tiap benda-benda yang membentuk masing-masing persegi, mendatannya, dan menghitung jumlah benda-benda yang membentuk suatu persegi secara keseluruhan. Misalnya jumlah baris bintang sama dengan jumlah baris lingkaran, jumlah persegi selalu tetap, jumlah bagian masing-masing benda yang membentuknya sama dengan jumlah masing-masing benda tersebut, dan lain sebagainya.

Apabila para siswa sudah dapat memahami dan menemukan kesamaan antara setiap barisan bentuk tersebut, maka pembelajaran dilanjutkan pada tahap IV.

4. Tahap IV (Representasi)

Pada tahap ini, siswa diminta mengamati dan membandingkan tentang hubungan antara jumlah tiap bagian berdasarkan bentuk, sifat-sifat yang sama, dan jumlah keseluruhan pada tiap bentuk yang dibuat. Perubahan-perubahan yang terjadi pada tiap bentuk dan apakah perubahan tersebut memiliki aturan yang tetap. Setelah itu, siswa diminta menghubungkannya dengan konsep luas persegi yang telah dipelajari pada pertemuan sebelumnya. Bila hal tersebut sudah tercapai, maka dilanjutkan pada tahap V.

5. Tahap V (Simbolisasi)

Pada tahap ini, para siswa diminta mendaftar dan menuliskan representasi yang telah mereka dapatkan dalam sebuah tabel untuk menggambarkan hubungan antara setiap bagian. Penulisan representasi tersebut dengan menggunakan bilangan-bilangan berdasarkan data jumlah bagian benda-benda yang membentuk suatu barisan bentuk yang telah dibuat. Hal ini dapat dilihat pada tabel berikut:

Satu Baris Bintang	$3^2=2^2+(2 \times 2)+1$	$4^2=3^2+(2 \times 3)+1$	$5^2=4^2+(2 \times 4)+1$	$6^2=5^2+(2 \times 5)+1$
Dua Baris Bintang	$5^2=3^2+(4 \times 3)+4$	$6^2=4^2+(4 \times 4)+4$	$7^2=5^2+(4 \times 5)+4$	$8^2=6^2+(4 \times 6)+4$
...				

Dari tabel di atas, siswa diminta untuk merubah bilangan pokok kuadrat pada ruas kiri menjadi penjumlahan dua buah bilangan, dimana salah satu bilangannya harus sama dengan jumlah baris lingkaran pada bentuk persegi yang dibuat, seperti berikut:

Satu Baris Bintang	$(2+1)^2=2^2+(2 \times 2)+1$	$(3+1)^2=3^2+(2 \times 3)+1$	$(4+1)^2=4^2+(2 \times 4)+1$	$(5+1)^2=5^2+(2 \times 5)+1$
Dua Baris Bintang	$(3+2)^2=3^2+(4 \times 3)+4$	$(4+2)^2=4^2+(4 \times 4)+4$	$(5+2)^2=5^2+(4 \times 5)+4$	$(6+2)^2=6^2+(4 \times 6)+4$
...				

Dari tabel tersebut, maka para siswa diminta untuk membuat rumusan secara umum untuk setiap perubahan jumlah baris bintang yang terjadi. Siswa diminta melambangkan jumlah baris lingkaran dengan suatu huruf, misalnya x . Maka rumus umumnya dapat diperoleh seperti pada tabel berikut.

Jumlah Bintang	1	2	3	...	a
-----------------------	---	---	---	-----	---

Rumus Persamaan	$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$	$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$	$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$		$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$
----------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--	-----------------------------

Dengan diperolehnya rumusan umum untuk persamaan kuadrat tersebut, maka tahap V atau simbolisasi sudah tercapai.

6. Tahap VI (Formalisasi)

Pada tahap ini, siswa bisa diminta untuk membuktikan kebenaran rumusan yang sudah diperoleh serta mengembangkannya pada rumusan persamaan kuadrat yang lebih lanjut seperti $(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$ dan lain-lain.

H. Implikasi Teori Belajar Dienes

Teori belajar Dienes yang merupakan bagian dari aliran konstruktivisme menganggap bahwa pengetahuan diperoleh atau dibentuk, belajar merupakan proses aktif dari pembelajar untuk membangun pengetahuannya. Proses aktif yang dimaksud tidak hanya bersifat secara mental tetapi juga keaktifan secara fisik. Artinya, melalui aktivitas secara fisik pengetahuan siswa secara aktif dibangun berdasarkan proses pengalaman atau bahan yang dipelajari dengan pengetahuan yang telah dimiliki pembelajar dan ini berlangsung secara mental. Dengan demikian, hakikat dari pembelajaran matematika adalah membangun pengetahuan matematika.

Sebagai implikasi dari hakikat belajar matematika itu maka proses pembelajaran matematika merupakan pembentukan lingkungan belajar yang dapat membantu siswa untuk membangun konsep-konsep/prinsip-prinsip matematika berdasarkan kemampuannya sendiri melalui proses internalisasi (Nickson dalam Grows, 1992:106). Menurut Hudojo (1998:7-8) ciri-ciri pembelajaran dalam pandangan yang bersifat konstruktivistik adalah sebagai berikut:

1. Menyediakan pengalaman belajar dengan mengkaitkan pengetahuan yang telah dimiliki siswa sedemikian rupa sehingga belajar melalui proses pembentukan pengetahuan.
2. Menyediakan berbagai alternatif pengalaman belajar, tidak semua mengerjakan tugas yang sama, misalnya suatu masalah dapat diselesaikan dengan berbagai cara.
3. Mengintegrasikan pembelajaran dengan situasi yang nyata dan relevan dengan melibatkan pengalaman konkrit, misalnya untuk memahami suatu konsep matematika melalui kenyataan kehidupan sehari-hari.
4. Mengintegrasikan pembelajaran sehingga memungkinkan terjadinya transmisi sosial yaitu terjadinya interaksi dan kerja sama seseorang dengan orang lain atau dengan lingkungannya, misalnya interaksi dan kerjasama antara siswa, guru, dan siswa-siswa.
5. Memanfaatkan berbagai media termasuk komunikasi lisan dan tertulis sehingga pembelajaran menjadi lebih efektif.
6. Melibatkan siswa secara emosional dan sosial sehingga matematika menjadi menarik dan siswa mau belajar.

Suatu pembelajaran yang memanfaatkan objek konkret dan melibatkan kerjasama antara setiap siswa, maka situasi pembelajaran yang terjadi menjadi lebih menyenangkan. Hal tersebut menjadikan suatu kegiatan pembelajaran lebih

efektif dan menantang. Dengan pembentukan pemahaman yang didasarkan dari pengalaman pribadi menjadikan seorang lebih memahami bagaimana suatu konsep yang diajarkan tersebut terbentuk.

Namun perlu disadari bahwa tidak setiap pengetahuan dapat dipindahkan dengan mudah dari otak seorang guru ke dalam otak murid-muridnya. Hanya dengan usaha kerastanpa mengenal lelah dari siswa sendirilah suatu pengetahuan dapat dibangun dan diorganisasikan ke dalam kerangka kognitif siswa tadi. Jadi dalam pembelajaran yang dilaksanakan, seorang siswa harus membangun sendiri pengetahuan tersebut. Karenanya seorang guru dituntut menjadi fasilitator proses pembelajarannya. Suatu pengetahuan yang akan disajikan guru dapat diibaratkan dengan makanan yang akan disajikan seorang koki. Makanan itu tidak akan pernah dicerna dan pengetahuan tidak akan pernah dibangun ke dalam kerangka kognitif mereka jika mereka sendiri sama sekali tidak tertarik untuk mencerna dan mempelajarinya. Agar suatu proses pembelajaran dapat berhasil dengan baik, para guru harus dapat meyakinkan dirinya sendiri bahwa setiap siswanya dalam keadaan aktif belajar.

Untuk itu, ia harus memotivasi para siswa yang kurang bergairah, membimbing dan membantu para siswa yang mengalami kesulitan dengan penuh kasih sayang, serta memberi tugas yang lebih menantang bagi para siswa yang lebih cepat. Ada siswa yang meyakini bahwa $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$, karena ia mengetahui bahwa $1+1 = 2$ dan $2+3 = 5$. Jika ia dibiarkan melakukan kesalahan tersebut berulang-ulang maka ia akan menjadi terbiasa sehingga akan semakin sulit bagi sang guru untuk memperbaiki kesalahan itu. Menurut teorinya, tindakan pencegahan akan jauh lebih berhasil daripada tindakan penyembuhan. Kesimpulannya, membiarkan suatu kesalahan terjadi berulang-ulang merupakan suatu kekeliruan dan memperbaiki kesalahan siswa sedini mungkin merupakan tindakan terpuji dari seorang guru (Shadiq, 1991: 13-14). Untuk itu, pada saat membahas topik penjumlahan pecahan, seorang guru dapat memulai proses pembelajaran dengan menentukan hasil dari $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$. Sebagai pengetahuan prasyarat, siswa harus tahu arti dari $\frac{1}{2}$. Sebagai jembatan terhadap pemahaman dari $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$, para siswa disarankan untuk melakukan sendiri operasi penjumlahan tersebut dengan menggunakan benda konkret. Biarkan ia berdiskusi dengan temannya, sehingga pengetahuan tentang $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ dapat terbentuk (terkonstruksi) dengan sendirinya di dalam pikiran parasiswa. Jadi pada intinya, seorang siswa harus membangun sendiri pengetahuan tersebut. Karenanya seorang guru dituntut menjadi fasilitator proses pembelajarannya, sehingga para siswa dapat dengan mudah membentuk (mengkonstruksi) pengetahuan yang baru tersebut ke dalam kerangka kognitifnya.

I. Penutup

Pengajaran matematika dari Dienes lebih mengutamakan kepada pengertian dan pemahaman sehingga matematika itu lebih mudah dipelajari dan lebih menarik. Dengan pembelajaran matematika yang diawali dengan penggunaan benda-benda konkret untuk mengarah kepada konsep yang abstrak. Dengan menggunakan berbagai benda-benda belajar yang khusus dibuat untuk pembelajaran matematika dan memperhatikan berbagai prinsip-prinsip

pembelajaran matematika menurut Dienes maka diharapkan siswa dapat memahami suatu konsep yang diajarkan dengan cermat dan teliti. Penanaman konsep yang benar tentu sangatlah diperlukan untuk mempelajari konsep lain yang berkaitan.

Untuk mencapai hal di atas, Dienes mengembangkan tahap-tahap belajar yang terurut agar pembelajaran tentang suatu konsep lebih sistematis dan dapat dipahami lebih mudah. Namun begitu, tahapan tersebut tidaklah harus sama bila diterapkan pada tingkatan usia yang berbeda.

Penggunaan perangkat belajar dan tahapan Dienes haruslah memperhatikan jenis materi, tingkat kesulitan, dan usia siswa (tingkat perkembangan kognitif siswa). Dengan adanya teori pembelajaran seperti yang dikemukakan Dienes maka diharapkan pemahaman suatu konsep matematika oleh siswa menjadi utuh sehingga dapat mengatasi permasalahan pembelajaran matematika yang selama ini menjadi hal yang tidak menyenangkan bagi sebagian besar siswa.

DAFTAR RUJUKAN

- Departemen Pendidikan Nasional, 1990. *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, Jakarta: Balai Pustaka.
- Dienes, Zoltan P, 1973. *The Six Stages in The Process of Learning Mathematics*. Diterjemahkan oleh P. L. Seaborne. USA : NFER.
- Echols, John M. dan Hasan Shadily, 1984. *Kamus Inggris-Indonesia*. Jakarta: Gramedia.
- Gie, The Liang, 1999. *Filsafat Matematika*. Yogyakarta: Pusat Belajar Ilmu Berguna.
- Grabe, Mark dan Cindy Grabe, 1984. *Integrating Tecnologi for Meaningful Learning*. New Jersey: Boston.
- Grows, D.A. 1992. *Handbook af Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing.
- Hudojo, Herman, 2001. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: Jica.
- Hudojo, Herman. 1998. *Pembelajaran Matematika Menurut Pandangan Konstruktivistik (Makalah disjikan dalam Seminar Nasional Pendidikan Matematika PPs UM)*. Malang.
- Nasution. 1995. *Deduktif dan Asas-asas Mengajar*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Orton, Anthony. 1992. *Learning Mathematics: Issues, Theory and Classroom Practice*. New York: Norfolk.
- Resnick, Lauren B. dan Wendy W. Ford, 1981. *The Psychologi of Mathematics for Instruction*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Salam, Burhanuddin, *Logika Materiil Filsafat Ilmu Pengetahuan*, (Jakarta: Rineka Cipta, 1997
- Santrok, John W., 2004. *Educational Psychology*. USA: McGraw-Hill Company, Inc.
- Shadiq, Fadjar. 1991. *Belajar dari Kesalahan Siswa untuk Menjadi Guru Berpengalaman*. Jakarta: Suara Guru.
- Slameto. 2003. *Belajar dan Faktor-faktor Yang Mempengaruhinya*. Jakarta: Rineka Cipta.

Subject Teaching and Teacher Education In The New Century. 2002. Hong Kong:
The Hong Kong Intitute of Education

Syah, Muhibbin. 2003. *Psikologi Belajar*. Jakarta: PT. RajaGranfindo Persada.

Tim MKPBM, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: Jica
UPI.

Woolfolk, Anita dan Nocolich, Lorraine. 1984. *Educational Psychology for
Teachers (second edition)*. New Jersery: Prentice Hall, Ins.